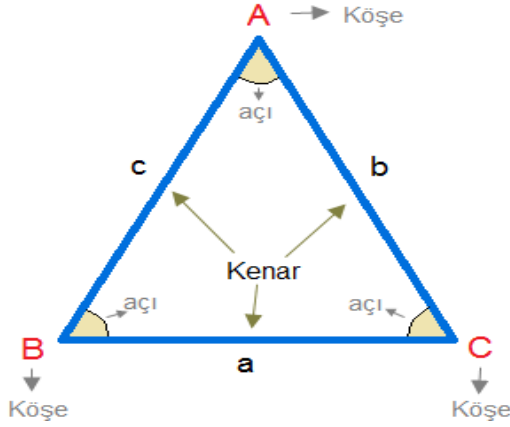


## ÜÇGENLER

### ❖ Üçgen nedir?

- Aynı doğru üzerinde olmayan üç noktanın birleşmesi ile oluşan çokgene üçgen denir.
- Üçgenin 3 köşesi, 3 kenarı ve 3 açısı vardır. Üçgeni sembol ile gösterirken köşelerini yazarak üstüne üçgen çizeriz. Köşeleri yazarken istediğin gibi yazabilirsin; ABC, BCA, CBA ...



Yanda verilen üçgenin isimlendirilmesi ve sembolle gösterimi;

İsimlendirilmesi	Sembol ile Gösterimi
ABC üçgeni	$\widehat{ABC}$
ACB üçgeni	$\widehat{ACB}$
BCA üçgeni	$\widehat{BCA}$
BAC üçgeni	$\widehat{BAC}$
CBA üçgeni	$\widehat{CBA}$
CAB üçgeni	$\widehat{CAB}$

## ÜÇGEN ÇEŞİTLERİ

### ❖ Üçgenler kaç çeşittir?

- Üçgenleri 2 şekilde çeşitlendiriyoruz.
  - 1) Açılarına Göre Üçgenler (Açılarına bakarak)
  - 2) Kenarlarına Göre Üçgenler (Kenarlarına bakarak)

### ❖ Önce Açılarına Göre Üçgenleri öğreneceğiz. Fakat bunun öncesinde bir kaç şeyi hatırlayalım.

- Kaç çeşit açı vardı? 3 çeşit öyle değil mi? Dik Açı, Dar Açı, Geniş Açı. Bunu biliyorduk.
- Dik açı neydi? Ölçüsü  $90^\circ$  olan açılara dik açı deriz.
- Dar açı neydi? Ölçüsü  $0^\circ$  ile  $90^\circ$  arasında olan açılara dar açı deriz.
- Geniş açı neydi? Ölçüsü  $90^\circ$  ile  $180^\circ$  arasında olan açılara geniş açı deriz.

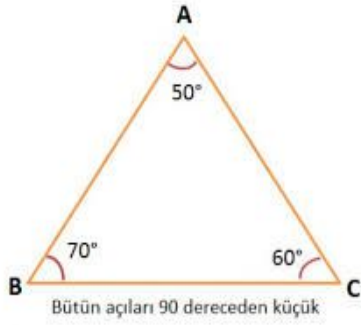
### 1) AÇILARINA GÖRE ÜÇGENLER

### ❖ Üçgenleri açılarına göre ayırırken üçgenlerin iç açlarına bakarız. Üç tane iç açımız var. Öncelikle şunu hiç unutmayalım; **Bütün üçgenlerin iç açıları toplamı $180^\circ$ dir.**

### ❖ Üçgenleri açılarına göre 3'e ayırıyoruz.

<u>Dar Açılı Üçgenler</u>	<u>Geniş Açılı Üçgenler</u>	<u>Dik Açılı Üçgenler</u>
Üç açısı da dar açı olan üçgenlere dar açılı üçgenler denir. Yani üç açısı da $90^\circ$ den küçüktür.	Açılarından biri geniş açı olan üçgenlere geniş açılı üçgen denir. Yani bir açısı $90^\circ$ den büyüktür. Diğer iki açısı dar açıdır.	Açılarından biri dik açı olan üçgenlere dik açılı üçgen denir. Yani bir açısı $90^\circ$ dir. Diğer iki açısı dar açıdır.

❖ Şimdi örnek verelim. Aşağıdaki üçgenlerin açılarını inceleyelim.

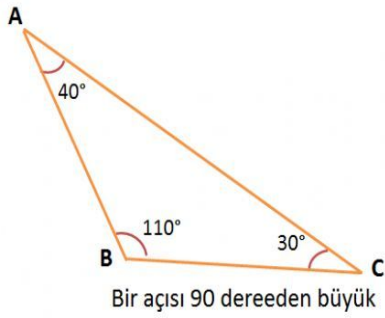


Yandaki üçgenin iç açılarını inceleyelim.

$50^{\circ}, 70^{\circ}, 60^{\circ}$

Bu açılardan üçü de  $90^{\circ}$  den küçüktür. Yani dar açıdır.

O halde; bu üçgen dar açılı üçgendir.



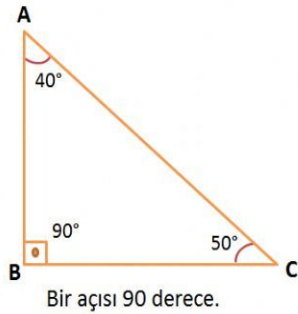
Yandaki üçgenin iç açılarını inceleyelim.

$40^{\circ}, 110^{\circ}, 30^{\circ}$

$110^{\circ}$  lik açığı fark ettiniz mi? Bu açı  $90^{\circ}$  den büyüktür. Yani geniş açıdır.

O halde; bu üçgen geniş açılı üçgendir.

(Diğer açılar  $90^{\circ}$  den küçüktür. Yani dar açıdır.)



Yandaki üçgenin iç açılarını inceleyelim.

$40^{\circ}, 90^{\circ}, 50^{\circ}$

$90^{\circ}$  lik açığı fark ettiniz mi? Bu açı dik açıdır.

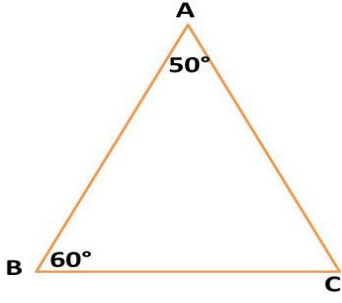
O halde; bu üçgen dik açılı üçgendir.

(Diğer açılar  $90^{\circ}$  den küçüktür. Yani dar açıdır.)

❖ Şimdi sıra sizde. Aşağıya birer tane dar açılı, geniş açılı ve dik açılı üçgen çizmenizi istiyorum. (Unutmayın! Üçgenlerin iç açıları toplamı  $180^{\circ}$  olmalıdır.)



**Soru Çözüm:**



Verilen ABC üçgeninde verilmeyen C açısının ölçüsünü bularak bu üçgenin açılarına göre çeşidini yazınız.

**Çözüm:** Hatırlayalım. Bir üçgenin iç açılarının toplamı  $180^\circ$  dir. Bu durumda; A, B ve C açılarının toplamının da  $180^\circ$  olması gerekir. A ve B açılarının ölçülerini biliyorum. Toplayalım.

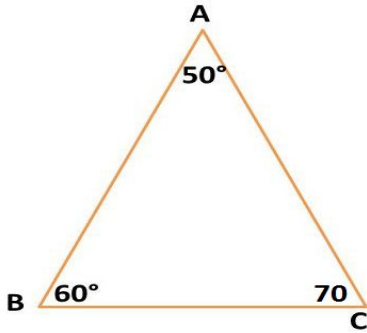
$$50 + 60 = 110$$

Şimdi  $180^\circ$  den A ve B açılarının toplamı olan  $110^\circ$  yi çıkartıyorum. Böylece C açısı kalıyor.

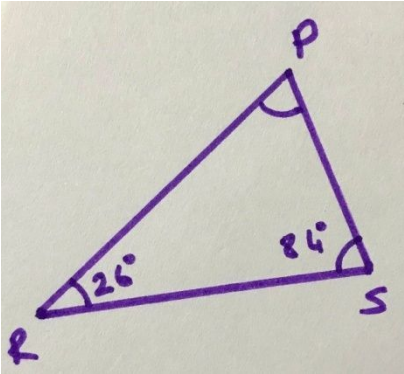
$$180 - 110 = 70$$

C açısının ölçüsü  $70^\circ$  oldu.

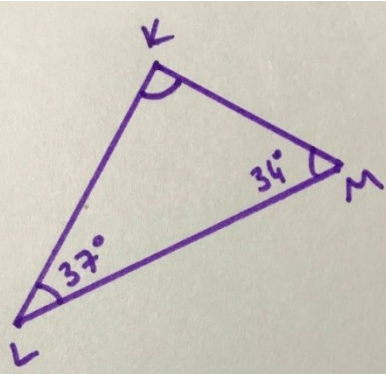
Şimdi üçgenin açılarını inceleyelim.  $50^\circ$ ,  $60^\circ$  ve  $70^\circ$ . Bu açılardan üçü de  $90^\circ$  den küçüktür. Yani dar açıdır. Bu sebeple ABC üçgeni dar açılı üçgendir.



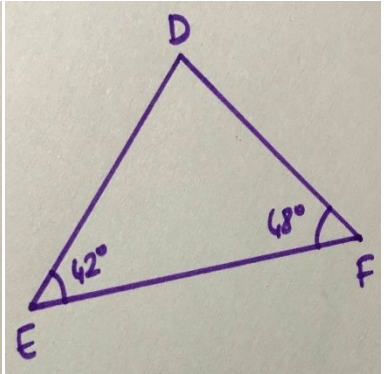
**Sıra Sizde:** Aşağıda verilen üçgenlerin verilmeyen açılarını bularak bu üçgenlerin açılarına göre çeşitlerini yazınız.



\_\_\_\_\_ açılı üçgen



\_\_\_\_\_ açılı üçgen



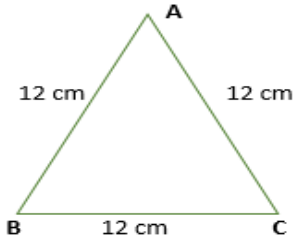
\_\_\_\_\_ açılı üçgen

## 2) KENARLARINA GÖRE ÜÇGENLER

❖ Burada üçgenlerin kenar uzunluklarına bakacağız. Üçgenleri kenarlarına göre 3'e ayırıyoruz.

<u>Eşkenar Üçgen</u>	<u>İkizkenar Üçgen</u>	<u>Çeşitkenar Üçgen</u>
Üç kenar uzunluğu da eşit olan üçgenlere eşkenar üçgen denir.	İki kenar uzunluğu eşit olan üçgenlere ikizkenar üçgen denir.	Bütün kenar uzunlukları farklı olan üçgenlere çeşitkenar üçgen denir.

**Şimdi örnek verelim:**



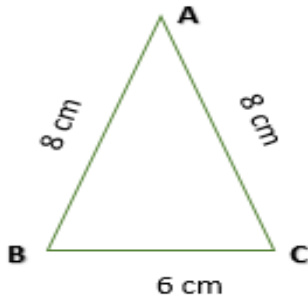
ABC üçgeninin kenarlarını inceleyelim.

$$|AB| = 12\text{ cm}$$

$$|AC| = 12\text{ cm}$$

$$|BC| = 12\text{ cm}$$

Bu üçgenin üç kenar uzunluğu birbirine eşittir. O halde; bu üçgen eşkenar üçgendir.



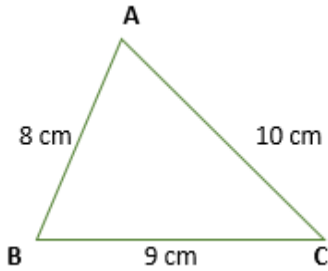
ABC üçgeninin kenarlarını inceleyelim.

$$|AB| = 8\text{ cm}$$

$$|AC| = 8\text{ cm}$$

$$|BC| = 6\text{ cm}$$

Bu üçgenin iki kenar uzunluğu birbirine eşittir. O halde; bu üçgen ikizkenar üçgendir.



ABC üçgeninin kenarlarını inceleyelim.

$$|AB| = 8\text{ cm}$$

$$|AC| = 10\text{ cm}$$

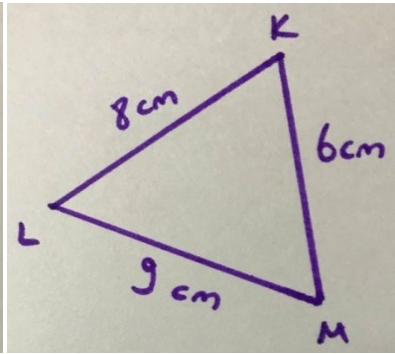
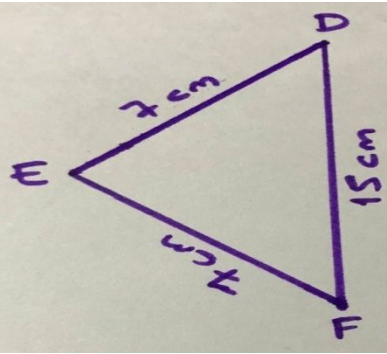
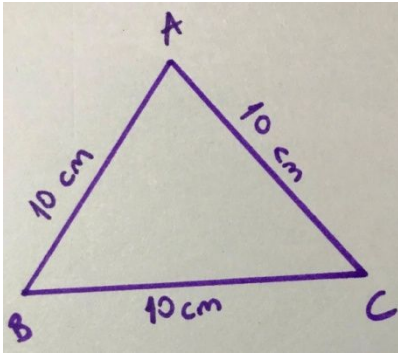
$$|BC| = 9\text{ cm}$$

Bu üçgenin üç kenar uzunluğu da farklıdır. Eşit kenar yok. O halde; bu üçgen çeşitkenar üçgendir.

**Sıra Sende:** Aşağıya cetvel kullanarak kenarlarına göre eşkenar, ikizkenar ve çeşitkenar üçgenler çiz.



**Soru:** Aşağıda verilen üçgenlerin kenar uzunluklarına bakarak kenarlarına göre çeşitlerini yaz.

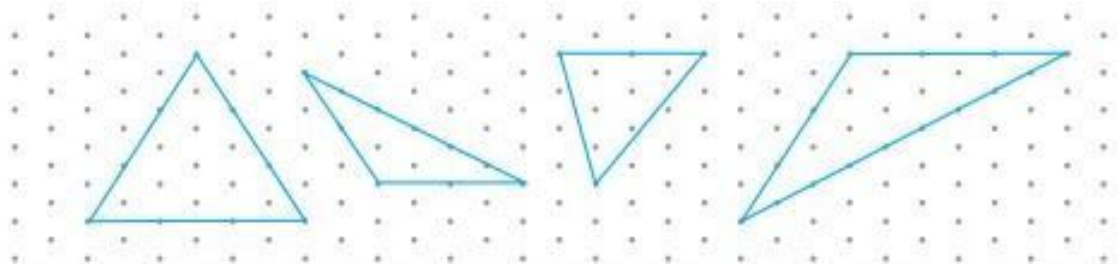


\_\_\_\_\_ üçgen

\_\_\_\_\_ üçgen

\_\_\_\_\_ üçgen

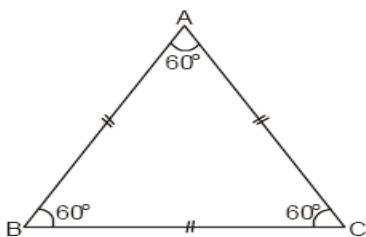
**Soru:** Şimdi sizden izometrik (noktalı) kağıt kullanarak aşağıda verilen üçgenlerin çeşitlerini kenarlarına göre bulmanı istiyorum. (İpucu: 2 nokta arası 1 birimdir.)



- **Şimdi de öğrendiklerimizi birleştireceğiz. Üçgenleri hem açılarına göre hem de kenarlarına göre inceleyeceğiz. Kafan biraz karışabilir. Verilen bilgileri kavrayana kadar tekrar etmeni öneririm.**
- ❖ **Öncelikle 2 tane özel üçgenimiz var. Bu üçgenlerle başlayacağız. Eşkenar üçgen ve ikizkenar üçgen. Bu üçgenlerin özelliklerini inceleyeceğiz.**

### **Eşkenar Üçgen**

- 1) Bütün kenar uzunlukları birbirine eşittir. Bunu söylemiştik.
- 2) Bütün iç açıları birbirine eşittir. Ve bütün iç açıları  $60^\circ$  dir. ( $180 : 3 = 60$ )



Eşkenar üçgenin kenar uzunlukları birbirine eşit olmak şartıyla değişebilir. Uzun ve kısalsabilir.

Fakat açıları her zaman  $60^\circ$  dir.

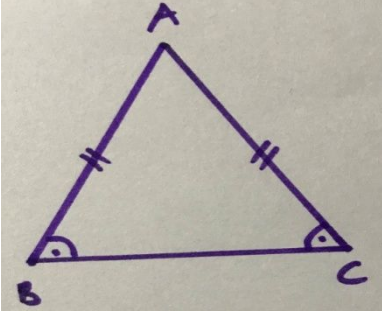
Bu durumda şunu söyleyebilir miyiz?

Eşkenar üçgenin bütün açıları dar açıdır. ( $60^\circ$  dar açıdır.)

O halde eşkenar üçgen aynı zamanda dar açılı bir üçgendir.

## İkizkenar Üçgen

- 1) İkizkenar üçgenlerin iki kenar uzunluğu eşittir.
- 2) İkizkenar üçgende eşit kenarların karşısındaki açılar ölçüleri de eşittir.



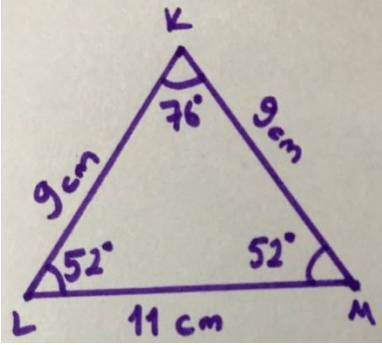
- ABC üçgeni ikizkenar üçgendir.
- AB kenarının uzunluğu ile AC kenarının uzunluğu birbirine eşittir.

$$|AB| = |AC|$$

- B ve C açıları da birbirine eşittir.

$$s(\hat{B}) = s(\hat{C})$$

- Şimdi ikizkenar üçgenleri açılarına göre inceleyelim.



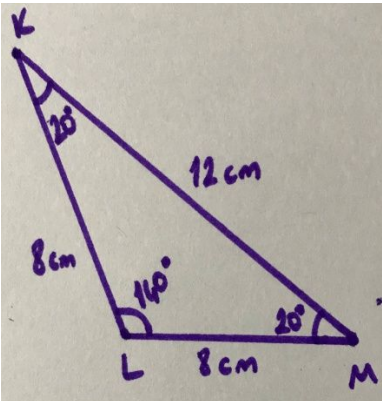
- Gördüğümüz gibi KLM üçgeni ikizkenar üçgendir. İki kenarı aynı uzunluktadır.

$$|KL| = |KM| = 9\text{ cm}$$

- L ve M açıları da birbirine eşittir.

$$s(\hat{L}) = s(\hat{M}) = 52^\circ \text{ (dar açı)}$$

- K açısı ise  $76^\circ$  dir. (bu da dar)
- Demek ki; KLM üçgeninin bütün açıları dar açıdır. Bu durumda; KLM üçgeni hem ikizkenar hem de dar açılı bir üçgendir.



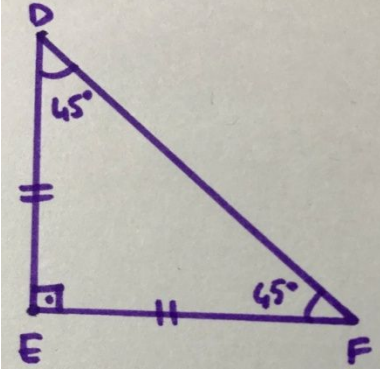
- Gördüğümüz gibi KLM üçgeni ikizkenar üçgendir. İki kenarı aynı uzunluktadır.

$$|KL| = |KM| = 8\text{ cm}$$

- K ve M açıları da birbirine eşittir.

$$s(\hat{K}) = s(\hat{M}) = 20^\circ \text{ (dar açı)}$$

- L açısı ise  $140^\circ$  dir. (geniş açı)
- Demek ki; KLM üçgeninin bir açısı geniş açıdır. Bu durumda; KLM üçgeni hem ikizkenar hem de geniş açılı bir üçgendir.



- Gördüğümüz gibi DEF üçgeni ikizkenar üçgendir. İki kenarı aynı uzunlukta.

$$|DE| = |EF|$$

- D ve F açıları da birbirine eşittir.

$$s(\hat{D}) = s(\hat{F}) = 45^\circ \text{ (dar açı)}$$

- E açısı ise  $90^\circ$  dir. (dik açı)
- Demek ki; DEF üçgeninin bir açısı dik açıdır. Bu durumda; DEF üçgeni hem ikizkenar hem de dik açılı bir üçgendir. Biz bu üçgenlere ikizkenar dik üçgen diyoruz.

**Sonuç:** İkizkenar bir üçgenin açıları değişir. Ama iki açısı her zaman eşittir. Verilen örneklerde de gördük ki; ikizkenar bir üçgenler dar açılı, geniş açılı ve ya dik açılı olabiliyor.

**Peki:** Eşkenar üçgen için de bunu söyleyebilir miyiz?

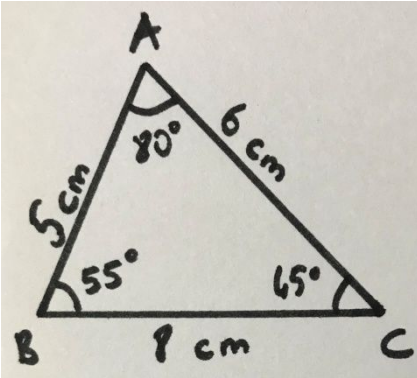
- Hayır. Çünkü eşkenar üçgenlerin açıları değişmez. Daima  $60^\circ$  dir. Öyleyse, eşkenar üçgenler her zaman dar açılıdır. Eşkenar üçgenler geniş açılı ve ya dik açılı olamazlar.

❖ Son olarak çeşitkenar üçgene bakalım.

### Çeşitkenar Üçgen

1) Bütün kenar uzunlukları birbirinden farklıdır.

2) Bütün iç açıları birbirinden farklıdır. (eşit açı yok)

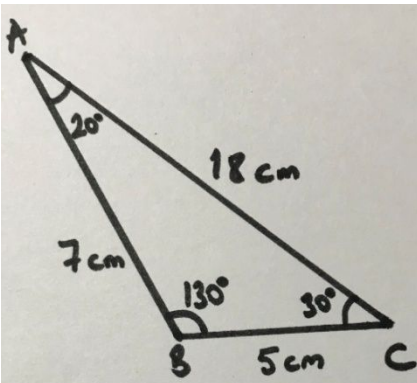


Gördüğünüz ABC üçgeni kenarlarına göre, çeşitkenar bir üçgendir. Çünkü bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı.

Peki bu üçgenin açılarını inceleyelim:  $80^\circ$ ,  $55^\circ$  ve  $65^\circ$

Yani üç açısı da dar açıdır. O halde; ABC üçgeni açılarına göre dar açılı bir üçgendir.

Sonuç: ABC üçgeni hem dar açılı hem de çeşitkenar üçgendir.

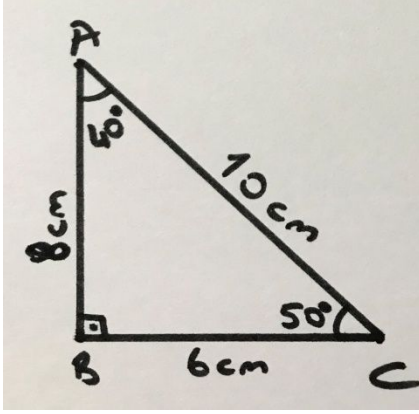


Gördüğünüz ABC üçgeni kenarlarına göre, çeşitkenar bir üçgendir. Çünkü bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı.

Peki bu üçgenin açılarını inceleyelim:  $20^\circ$ ,  $30^\circ$  ve  $130^\circ$

$130^\circ$  geniş açıdır. O halde; ABC üçgeni açılarına göre geniş açılı bir üçgendir.

Sonuç: ABC üçgeni hem geniş açılı hem de çeşitkenar üçgendir.



Gördüğünüz ABC üçgeni kenarlarına göre, çeşitkenar bir üçgendir. Çünkü bütün kenar uzunlukları birbirinden farklı.

Peki bu üçgenin açılarını inceleyelim:  $40^\circ$ ,  $50^\circ$  ve  $90^\circ$

$90^\circ$  dik açıdır. O halde; ABC üçgeni açılarına göre dik açılı bir üçgendir.

Sonuç: ABC üçgeni hem dik açılı hem de çeşitkenar üçgendir.

❖ **Neyi gördük?** Çeşitkenar bir üçgen aynı zamanda dar açılı, geniş açılı ve ya dik açılı bir üçgen olabilir.

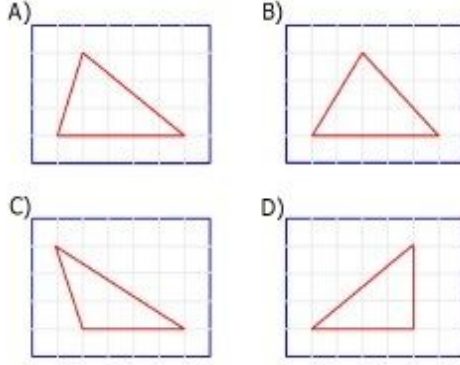
➤ **Öğrendiklerimizi özetleyecek olursak:**



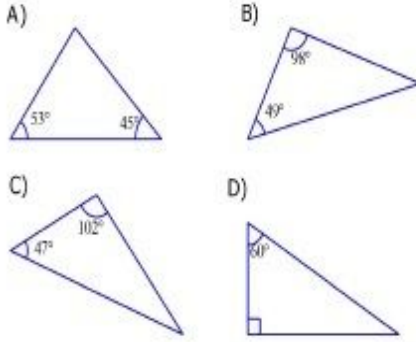
**HADI BİRAZ DA SORU ÇÖZELİM**



1. Aşağıdakilerden hangisi geniş açılı üçgendir?



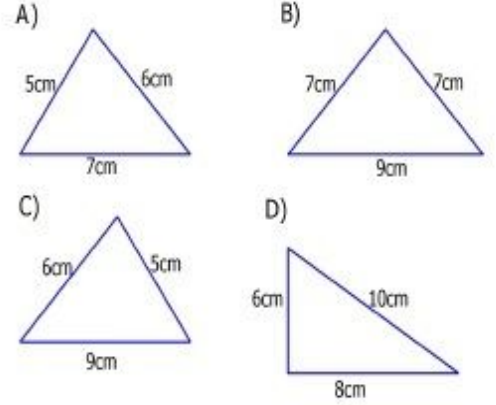
2. Aşağıdakilerden hangisi dar açılı üçgendir?



3. Aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) Eşkenar üçgenin bütün açıları eşittir  
B) İkiz kenar üçgenin iki kenar ve açısı eşittir  
C) Bütün kenar uzunluğu farklı olan üçgenler çeşit kenar üçgendir  
D) Dar açılı üçgenlerin hepsi çeşit kenar üçgendir

4. Aşağıdaki üçgenlerden hangisi kenarlarına göre diğerlerinden farklıdır?



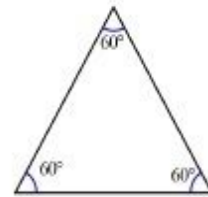
5.

- I. Bir açısı dar açı olan üçgen dar açılı üçgendir  
II. İki açısı dik olan üçgen dik açılı üçgendir  
III. Bütün açıları dar açı olan üçgen dar açılı üçgendir  
IV. Bir açısı geniş açı olan üçgen geniş açılı üçgendir

Yukarıda verilen hangileri doğrudur?

- A) I ve II B) II ve III  
C) I ve IV D) III ve IV

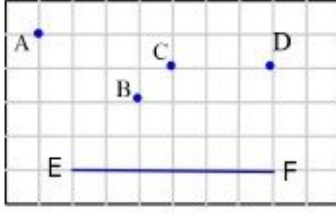
6.



Yanda verilen üçgen ile ilgili aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) İkiz kenar üçgendir  
B) Dik açılı üçgendir  
C) Eş kenar üçgendir  
D) Geniş açılı üçgendir

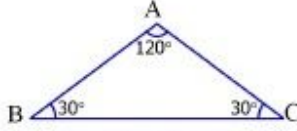
7.



Yukarıda verilen noktalardan hangisi [EF] doğru parçasının uçları ile birleştirilirse ikiz kenar üçgen elde edilir?

- A) D B) C C) B D) A

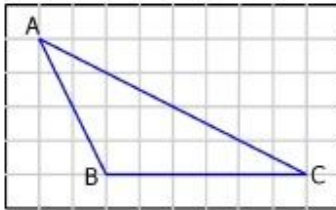
8.



Yukarıda verilen üçgen ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

- A) İkiz kenar üçgendir  
B) Geniş açılı üçgendir  
C)  $|AB|=|AC|$  dir  
D)  $|AC|=|BC|$  dir

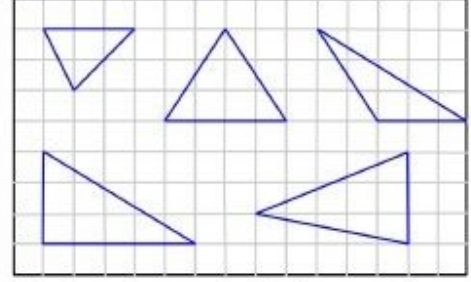
9.



Yukarıda verilen üçgenin A köşesi kaç birim ve hangi yönde kaydırılırsa dik üçgen elde edilir?

- A) 1 birim sağa B) 1 birim sola  
C) 2 birim sağa D) 2 birim sola

10.



Yukarıda verilen üçgenlerden kaç tanesi dar açılı üçgen değildir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5

11. Aşağıda verilen açı ölçülerinden hangisi dar açılı bir üçgene ait olamaz?

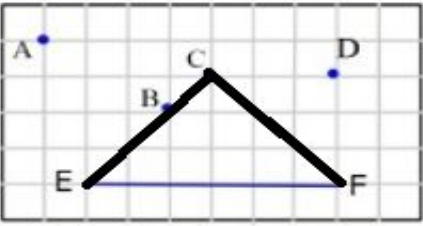
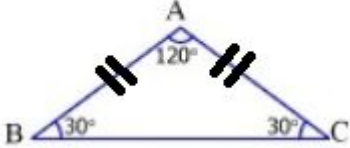
- A)  $55^\circ, 60^\circ, 75^\circ$  B)  $38^\circ, 46^\circ, 96^\circ$   
C)  $32^\circ, 60^\circ, 88^\circ$  D)  $40^\circ, 58^\circ, 82^\circ$

12.



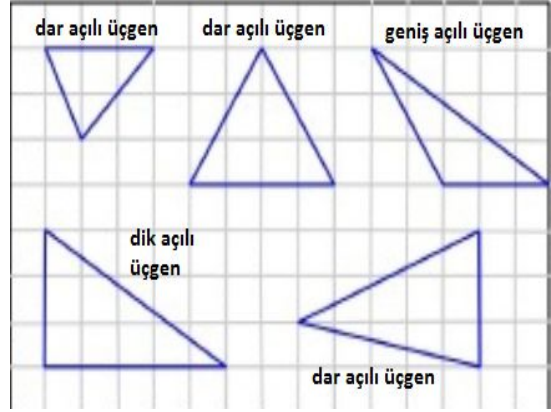
Yukarıda verilen doğru parçalarıyla oluşturulan üçgenin çeşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Dik üçgen  
B) Çeşit kenar üçgen  
C) İkizkenar üçgen  
D) Eş kenar üçgen

<p><b>1.</b> Bu soruya gözümüzle karar vermeliyiz. Geniş açı arıyoruz. A ve B şıklarında olan üçgenler dar açılı üçgenlerdir. D şikkındaki üçgen ise dik açılı üçgendir. Cevap C'dir.</p>	<p><b>2.</b> <b>A)</b> Verilmeyen açıyı bulmalıyız. Bunun için verilen iki açıyı toplayıp 180 den çıkarmalıyız. Çünkü üçgenlerin iç açıları toplamı 180° dir. <math>53 + 45 = 98</math> <math>180 - 98 = 82</math> (verilemeyen açı) Şimdi açıları inceleyelim; 53°, 45°, 82° Üçü de dar açıdır. O zaman bu üçgen dar açılı üçgendir. <b>B)</b> Bu üçgende 98° lik bir açı var bu açı geniş açıdır. O zaman bu üçgen geniş açılı üçgendir. <b>C)</b> Bu üçgende 102° lik bir açı var bu açı geniş açıdır. O zaman bu üçgen geniş açılı üçgendir. <b>D)</b> Bu üçgende 90° lik bir açı var bu açı dik açıdır. O zaman bu üçgen dik açılı üçgendir. Cevap A'dır.</p>
<p><b>3.</b> Cevap D'dir. D şikkı yanlıştır. Çünkü dar açılı bir üçgen her zaman çeşitkenar üçgendir diyemeyiz. Eşkenar üçgen ve ya ikizkenar üçgen de olabilir.</p>	<p><b>4.</b> Cevap B'dir. <b>A)</b> Çeşitkenar Üçgen <b>B)</b> İkizkenar Üçgen <b>C)</b> Çeşitkenar Üçgen <b>D)</b> Çeşitkenar Üçgen</p>
<p><b>5.</b> Cevap D'dir. <b>I.</b> Bir açısı değil bütün açıları dar açı olan üçgen dar açılı üçgendir. (yanlış) <b>II.</b> Bir üçgende iki tane dik açı olamaz. Sadece bir tane dik açı olabilir. (yanlış) <b>III.</b> (doğru) <b>IV.</b> (doğru)</p>	<p><b>6.</b> Bütün açıları 60° olan üçgen eşkenar üçgendir. Cevap C'dir.</p>
<p><b>7.</b> Cevap C'dir.</p>  <p>Yukarıda verilen noktalardan hangisi [EF] doğru parçasının uçları ile birleştirilirse ikiz kenar üçgen elde edilir?</p> <p>A) D    B) C    C) B    D) A</p>	<p><b>8.</b> ABC üçgeninin iki açısı eşittir. Demek ki; bu üçgen ikizkenar üçgendir. A şikkı doğru. Açılarından biri 120° dir. (geniş açı) O zaman ABC üçgeni aynı zamanda geniş açılı bir üçgendir. B şikkı doğru. İkizkenar üçgende eşit açılardan karşısındaki kenarların uzunlukları da eşittir. <math> AB  =  AC </math></p>  <p>Yani C şikkı doğru. Yanlış olan şikk D şikkıdır.</p>

9. ABC üçgeninin dik üçgen olması için A noktasının B noktasının üstünde olması gerekir. O yüzden A noktası 2 birim sağa kaydırılmalıdır. Cevap C'dir.

10. 2 tanesi dar açılı üçgen değildir. Cevap C'dir .



11. Cevap B şıkkıdır.

Çünkü  $96^\circ$  dar açı değildir. Geniş açıdır.

12. Cevap B'dir.

Çünkü verilen doğru parçalarının üçünün uzunlukları da birbirinden farklıdır. Eşit değildir. Bu durumda; bu üçgen çeşitkenar üçgen olur.